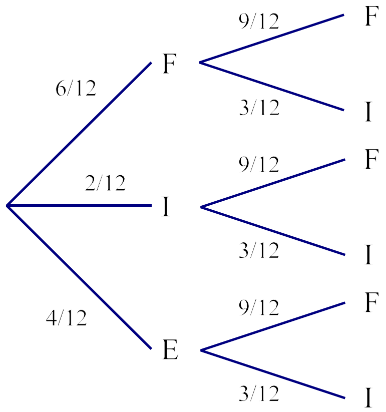
Examen de Estadística - Parte I **Mat. Aplicada a las Ciencias Sociales II**
Curso 2º de Bachillerato **Año 20082009**
A l u m n @ : ____

1. Laura tiene en su monedero 6 monedas francesas, 2 italianas y 4 españolas. Vicente tiene 9 francesas y 3 italianas. Cada uno saca, al azar, una moneda de su monedero y observa la nacionalidad.

a) (0.5 puntos) Obtenga el espacio muestral asociado al experimento.
b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que las monedas extraídas no sean de la misma nacionalidad?
c) (0.5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna de las monedas extraídas sea francesa?

Solución:
El siguiente diagrama de árbol representa el experimento descrito. La primera rama del árbol representa la moneda que extrae Laura y el segundo nivel de ramas la moneda que extrae Vicente.



$$P(F,F) = \frac{6}{12}\cdot\frac{9}{12} = \frac{54}{144}$$

$$P(I,I) = \frac{2}{12}\cdot\frac{3}{12} = \frac{6}{144}$$

$$P(E,I) = \frac{4}{12}\cdot\frac{3}{12} = \frac{12}{144}$$

a) El espacio muestral, será, entonces : $\boxed{E = \{(F,F);(F,I);(I,F);(I,I);(E,F);(E,I)\}}$

b) El suceso "Las monedas extraídas no son de la misma nacionalidad" es el suceso contrario de "Las monedas extraídas son de la misma nacionalidad", por tanto:

$$\boxed{\text{P (distinta nacionalidad)} = 1 - \left[P(F,F) + P(I,I)\right] = 1 - \left(\frac{54}{144} + \frac{6}{144}\right) = \frac{7}{12}}$$

c) Y finalmente, la probabilidad de que no haya ninguna moneda francesa será:

$$\boxed{\text{P (ninguna francesa)} = P(I,I) + P(E,I) = \frac{6}{144} + \frac{12}{144} = \frac{1}{8}}$$

2.- Se consideran los sucesos A y B.

a) (0.75 puntos) Exprese, utilizando las operaciones con sucesos, los siguientes sucesos:
1. Que no ocurra ninguno de los dos.
2. Que ocurra al menos uno de los dos.
3. Que ocurra B, pero que no ocurra A.

b) (1.25 puntos) Sabiendo que P(A) = 0.5, P(B) = 0.5 y P(A/ B) = 0.3 halle P(A U B).

Solución:

a) Que no ocurra ninguno de los dos: $\overline{A} \cap \overline{B}$

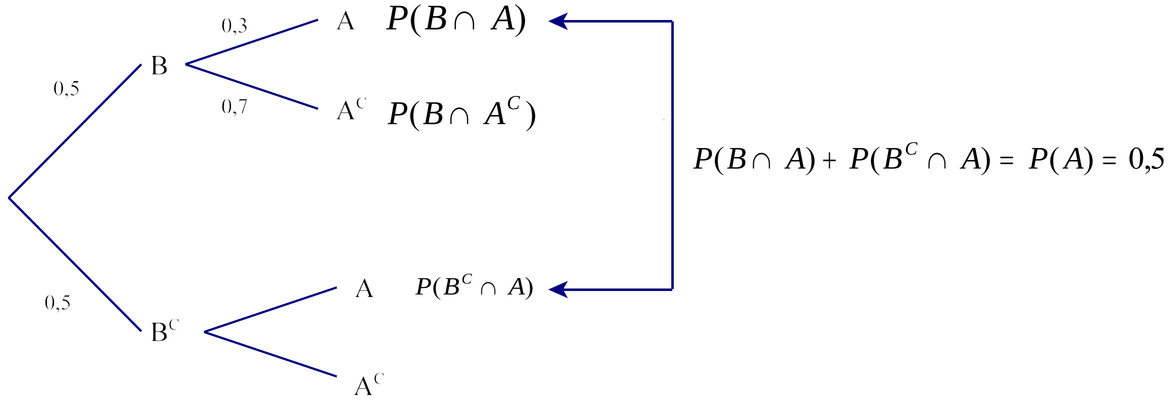
Que ocurra al menos uno de los dos: $A \cup B$

Que ocurra B pero no ocurra A: $\overline{A} \cap B$

b) Tenemos que: $P(B) = 0,5 \Rightarrow P(\overline{B}) = 1 - 0,5 = 0,5$

$$P(A/B) = 0,3 \Rightarrow P(\overline{A}/B) = 1 - 0,3 = 0,7$$

Por tanto, nos queda el siguiente árbol:



Y entonces:

$$P(A \cup B) = P(B \cap A) + P(B \cap A^C) + P(B^C \cap A) = P(A) + P(B \cap A^C)$$

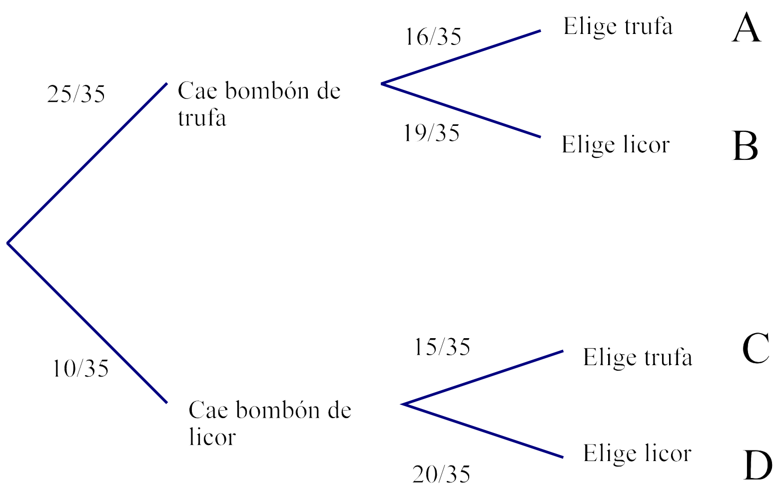
Y nos queda:

$$\boxed{P(A \cup B) = 0,5 + 0,5 \cdot 0,7 = 0,85}$$

3.- (2 puntos) Un camarero transporta dos platos con bombones. En el plato 1 transporta 25 rellenos de trufa y 10 de licor. En el plato 2 transporta 15 rellenos de trufa y 19 de licor.
En el trayecto cae un bombón del plato 1 al plato 2. Entonces un cliente toma un bombón del plato 2, que resulta estar relleno de trufa. ¿Cuál es la probabilidad de que el bombón que cayó al plato 2 fuera de licor?

Solución:

El siguiente diagrama de árbol representa la composición del segundo plato, dependiendo del tipo de bombón que caiga del primero. En el primer nivel del diagrama se representa la caída del bombón del primer al segundo plato. En el segundo nivel se representa la elección de un bombón del segundo plato.



Se sabe que el cliente tomó un bombón que estaba relleno de trufa, por tanto, sólo son posibles las opciones A y C del diagrama (casos posibles), y se nos pregunta la probabilidad de que el bombón que cayó fuera de licor, o sea, el caso favorable es el C.

O lo que es lo mismo, aplicando el teorema de Bayes:

$$\text{P (Cae bombón de licor / Elige trufa)} = \frac{\frac{10}{35}\cdot\frac{15}{35}}{\frac{25}{35}\cdot\frac{16}{35}+\frac{10}{35}\cdot\frac{15}{35}} = \frac{150}{550} = \frac{3}{11}$$

4.- (2 puntos) Un tirador de dardos acierta 8 de cada 10 lanzamientos. Encontrar la probabilidad de que de 100 lanzamientos acierte al menos 30.

Solución:

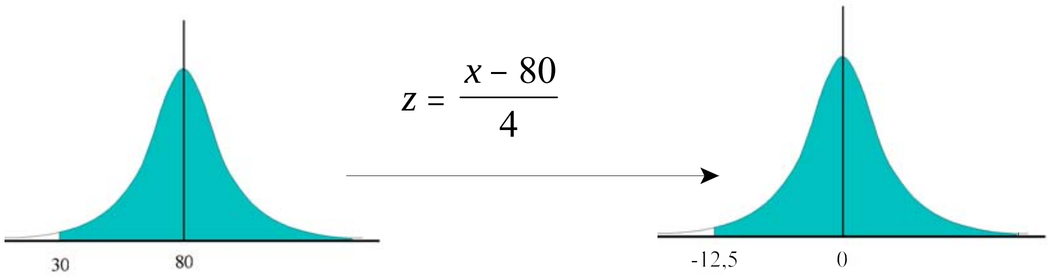
Se trata de una binomial, con 100 ensayos y con una probabilidad de éxito en cada ensayo de 0,8. Se nos pregunta la probabilidad de que el número de ensayos con éxito sea mayor o igual que 30. Resolver este problema utilizando la distribución binomial nos lleva a cálculos con números que son muy grandes. Veamos si se puede aproximar por la distribución normal.

n.p = 100 · 0,8 = 80 > 5
n · (1-p) = 100 · 0,2 = 20 > 5

Por tanto podemos hacer la aproximación por una N (μ , σ), donde

$$\mu = n \cdot p = 80$$
$$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = \sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2} = 4$$

Se trata, por tanto, de calcular P (x ≥30) en una N(80,4). Gráficamente:



$$z = \frac{x - 80}{4}$$

Y finalmente:

$$\boxed{P(x \geq 30) = P(z \geq -12{,}5) = P(z \leq 12{,}5) \approx 1}$$

5.- (2 puntos) ¿Qué efectividad de acierto debe tener un jugador de baloncesto en un lanzamiento para que la probabilidad de fallar 3 lanzamientos seguidos sea inferior a 0,2?

Solución:

Se trata de una B(3,p), en la que se nos pide calcular "p".

El dato dice que la probabilidad de 3 fallos sea inferior a 0,2; esto es: $p(x=0) \leq 0,2$

Tendremos por tanto:

$$p(x=0) = \binom{3}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^3 \leq 0,2$$

Llamando q = 1-p tenemos:

$$q^3 \leq 0,2 \Rightarrow \log q^3 \leq \log 0,2 \Rightarrow \log q \leq \frac{\log 0,2}{3}$$

$$q \leq 10^{\frac{\log 0,2}{3}} \Rightarrow q \leq 0,5848$$

Por último, teniendo en cuenta que q = 1 - p

$$\boxed{p \geq 1 - 0,5848 = 0,4151}$$