Examen de Álgebra/Programación lineal **Mat. Aplicada a las Ciencias Sociales II**

Curso 2º de Bachillerato **Año 20072008**

A l u m n @ : ______________________________

OPCIÓN A

1. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & x\\ x & 0\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}0 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$

a) (1 punto) Encuentre el valor o valores de x de forma que $B^2=2A$

b) (1 punto) Igualmente para que $B+C=A^{-1}$

c) (1 punto) Determine x para que $A+B+C=3\cdot I_2$

2.- a) (1 punto) Un taller de carpintería ha vendido 15 muebles, entre sillas, sillones y butacas, por un total de 1600 euros. Se sabe que cobra 50 euros por cada silla, 150 euros por cada sillón y 200 euros por cada butaca, y que el número de butacas es la cuarta parte del número que suman los demás muebles. Plantee, sin resolver, el sistema de ecuaciones adecuado que permite calcular cuántos muebles de cada clase ha vendido ese taller.

b) (2 puntos) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 5\\ -3 & 1\end{pmatrix}$

matricial $A\cdot X+B^t=B$, donde X es una matriz cuadrada de orden 2.

3.- Consideramos el recinto del plano limitado por las siguientes inecuaciones:
$y-x\le 4;\quad y+2x\ge 7;\quad -2x-y+13\ge 0;\quad x\ge 0;\quad y\ge 0.$

a) (2 puntos) Represente el recinto y calcule sus vértices.

b) (1 punto) Halle en qué puntos de ese recinto alcanza los valores máximo y mínimo la función $F(x,y)=4x+2y-1$.

4.- (3 puntos) Una fábrica produce bombillas de bajo consumo que vende a 1 euro cada una, y focos halógenos que vende a 1.5 euros. La capacidad máxima de fabricación es de 1000 unidades, entre bombillas y focos, si bien no se pueden fabricar más de 800 bombillas ni más de 600 focos.
Se sabe que la fábrica vende todo lo que produce. Determine cuántas bombillas y cuántos focos debe producir para obtener los máximos ingresos posibles y cuáles serían éstos.

5.- (3 puntos) Un Ayuntamiento concede licencia para la construcción de una urbanización de a lo sumo 120 viviendas, de dos tipos A y B.
Para ello la empresa constructora dispone de un capital máximo de 15 millones de euros, siendo el coste de construcción de la vivienda de tipo A de 100000 euros y la de tipo B 300000 euros.
Si el beneficio obtenido por la venta de una vivienda de tipo A asciende a 20000 euros y por una de tipo B a 40000 euros, ¿cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para obtener un beneficio máximo?

Global: 1,2,3 y 4 Programación lineal: 3,4 y 5

Colegio Salesiano "San Luis Rey" *Departamento de Matemáticas*
Palma del Río (Córdoba)

OPCIÓN B

1.- *Sean las matrices* $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ -1 & 3 & 0\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ -2\end{pmatrix}$ *e* $Y=\begin{pmatrix}-x\\ 2\\ z\end{pmatrix}$

a) (1 punto) Determine la matriz inversa de A.
b) (2 puntos) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple A.· X =Y.

2.- *a) (2 puntos) Clasifique y resuelva el sistema formado por las tres ecuaciones siguientes:* $x-3y+2z=0;\quad -2x+y-z=0;\quad x-8y+5z=0$

b) (1 punto) Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 euros por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva.
Plantee un sistema de ecuaciones para calcular el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.

3.- a) (1 punto) Dibuje el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

, resuelva la ecuación $\begin{cases} x\le y\\ x+y\ge 100\\ 6x\ge 2y+120\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$.

b) (1 punto) Determine los vértices de este recinto.
c) (1 punto) .Cuáles son los valores máximo y mínimo de la función objetivo
$$F(x)=2x+4y-5$$
y en qué puntos alcanza dichos valores?

4.- De un problema de programación lineal se deducen las siguientes restricciones:

$$4x+3y\ge 60,\quad y\le 30,\quad x\le\frac{10+y}{2},\quad x\ge 0,\quad y\ge 0$$

a) (2 puntos) Represente gráficamente la región factible del problema y calcule sus vértices.
b) (0.5 puntos) Maximice en esa región factible la función objetivo $F(x,y)=x+3y$.
c) (0.5 puntos) ¿Pertenece el punto (11, 10) a la región factible?

5.- (3 puntos) Una empresa fabrica lunas para coches. Cada luna delantera requiere 2.5 m^2 de cristal, mientras que cada luna trasera requiere 2 m^2 .
La producción de una luna delantera precisa 0.3 horas de máquina de corte y cada luna trasera 0.2 horas.
La empresa dispone de 1750 m^2 de cristal por semana y 260 horassemanales de máquina de corte.
Para adaptarse a la demanda habitual, la empresa fabrica siempre, como mínimo, el doble de lunas delanteras que de lunas traseras.
Determine cuántas lunas de cada tipo debe fabricar semanalmente la empresa para que el número total de lunas sea máximo.

Global: 1,2,3 y 5 Programación lineal: 3,4 y 5