1.- Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x} & si \quad x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 5 & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) **(1.5 puntos)** Estudie la continuidad y derivabilidad de la función.
b) **(1 punto)** Represéntela gráficamente.

2.- Sea la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$

a) **(1.25 puntos)** Determine los valores de *a* y *b* sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1, 3) y alcanza un extremo local en el punto de abscisa x = -2.
b) **(1.25 puntos)** Tomando a = 8 y b = -10 deduzca la curvatura de su gráfica, el valor mínimo que alcanza la función y los valores donde la función se anula.

3.- a) **(1.5 puntos)** Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2}; \quad g(x) = (3x+2)^2 \cdot \ln\left(1+x^2\right)$$

b) **(1 punto)** Halle la ecuación de la recta tangente a $h(x) = \dfrac{1+2x}{x-2}$

en el punto de abscisa x=0

4.- En una empresa han hecho un estudio sobre la rentabilidad de su inversión en publicidad, y han llegado a la conclusión de que el beneficio obtenido, en miles de euros, viene dado por la expresión

$$B(x) = 0.5x^2 - 4x + 6$$

siendo *x* la inversión en publicidad, en miles de euros, con *x* en el intervalo [0,10]
a) **(1 punto)** ¿Para qué valores de la inversión la empresa tiene pérdidas?
b) **(1 punto)** ¿Cuánto tiene que invertir la empresa en publicidad para obtener el mayor beneficio posible?
c) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es el beneficio si no se invierte nada en publicidad? ¿Hay algún otro valor de la inversión para el cual se obtiene el mismo beneficio?

SALESIANOS PALMA DEL RÍO	**Examen de Matemáticas Aplicadas a las CCSS II** **Análisis Matemático**	Año 2010-2011 Curso 2º A bachillerato 12-05-2011

EJERCICIO 2

EJERCICIO 2

Sean las funciones:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 + 2 & si \quad -1 \le x \le 0 \\ -x^3 - x^2 + 2 & si \quad 0 < x \le 1 \end{cases}, \qquad h(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & si \quad -1 \le x \le 0 \\ -x^2 - x + 2 & si \quad 0 < x \le 1 \end{cases}$$

a) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f en $x = 0$.
b) **(1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función h en $x = 0$.
c) **(0.5 puntos)** Si las dos funciones anteriores representan el perfil de un arco puntiagudo de una catedral y el de un arco redondeado (sin picos) de un túnel, indique, razonadamente, la que corresponde a la catedral y la que corresponde al túnel.

EJERCICIO 2

El gerente de una empresa sabe que los beneficios de la misma, $f(x)$, dependen de la inversión, x , según la función $f(x) = -x^2 + 11x - 10$ (x es la cantidad invertida, en millones de euros).
a) **(0.75 puntos)** Determine los valores de la inversión para los que la función beneficio es no negativa.
b) **(1 punto)** Halle el valor de la inversión para el cual el beneficio es máximo. ¿A cuánto asciende éste?
c) **(0.75 puntos)** ¿Entre qué valores ha de estar comprendida la inversión para que el beneficio sea creciente, sabiendo que éste es no negativo?

EJERCICIO 2

Un consultorio médico abre a las 5 de la tarde y cierra cuando no hay pacientes.
La expresión que representa el número medio de pacientes en función del tiempo en horas, t, que lleva abierto el consultorio es $N(t) = 4t - t^2$.
a) **(1 punto)** ¿A qué hora el número medio de pacientes es máximo? ¿Cuál es ese máximo?
b) **(1 punto)** Sabiendo que el consultorio cierra cuando no hay pacientes, ¿a qué hora cerrará?
c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente $N(t) = 4t - t^2$, con $N(t) \ge 0$

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2ax + 3 & si \quad x \le 1 \\ ax^2 - 6x + 5 & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) **(0.5 puntos)** Calcule el valor de a para que f sea continua en $x = 1$.
b) **(2 puntos)** Para $a = 1$, represente su gráfica y, a la vista de ella, indique su monotonía y las coordenadas de sus extremos locales.

EJERCICIO 2

SALESIANOS PALMA DEL RÍO	**Examen de Matemáticas Aplicadas a las CCSS II** **Análisis Matemático**	Año 2010-2011 Curso 2º A bachillerato 12-05-2011

Sea la función definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & si \quad x \leq 0 \\ x^3 - 4x^2 & si \quad 0 < x \leq 4 \\ 1 - \dfrac{4}{x} & si \quad x > 4 \end{cases}$

a) **(1.75 puntos)** Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) **(0.75 puntos)** Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x = 2$.

EJERCICIO 2

Un depósito lleno de agua se vacía por un sumidero que tiene en la parte baja. El volumen de agua, en , que hay en cada momento en el depósito, desde que empieza a vaciarse, viene dado por la función , $V(t) = 8 - t + \dfrac{t^2}{32}$ donde t es el tiempo en minutos.

a) **(0.5 puntos)** ¿Cuál es la capacidad del depósito?
b) **(0.5 puntos)** ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse?
c) **(0.8 puntos)** Represente gráficamente la función V.
d) **(0.7 puntos)** Calcule la derivada de esa función en $t = 8$ e interprete su significado.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = 2x^2 - \dfrac{1}{3}x^3$. Calcule:

a) **(1 punto)** Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) **(1 punto)** Las coordenadas de sus extremos relativos.
c) **(0.5 puntos)** El punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente a dicha gráfica es 4.

EJERCICIO 2

Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) **(0.8 puntos)** $f(x) = \dfrac{e^{3x}}{1 + x^2}$

b) **(0.8 puntos)** $g(x) = \ln\left(x\left(1 + 3x^2\right)\right)$

c) **(0.9 puntos)** $h(x) = 2^{5x} + \dfrac{1}{x^2}$

EJERCICIO 2

EJERCICIO 2

SALESIANOS PALMA DEL RÍO	**Examen de Matemáticas Aplicadas a las CCSS II** **Análisis Matemático**	Año 2010-2011 Curso 2º A bachillerato 12-05-2011

1.- Sea la función definida mediante $f(x) = \begin{cases} 3^x & si \quad x \leq 1 \\ x^2 - 6x + 8 & si \quad x > 1 \end{cases}$

a) **(1 punto)** Estudia la continuidad de f
b) **(1 punto)** Estudia la derivabilidad de f
c) **(1 punto)** Estudia la monotonía y los extremos relativos de f. Estudia la curvatura de f
d) **(1 punto)** A partir de los datos anteriores dibuja la gráfica de f

2.- **(1 punto)** La gráfica de la función derivada de una función f es la parábola de vértice (0,2) que corta al eje de abscisas en los puntos (-3,0) y (3,0). A partir de dicha gráfica, determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f.

3.- Sea la función $f(x) = ax^3 + 3x^2 - 5x + b$

a) **(1,5 puntos)** Determina el valor de los parámetros a y b sabiendo que la función f tiene un punto de inflexión en x = -1 y que pasa por el punto cuyas coordenadas son (1 , -3)
b) **(0,5 puntos)** Calcula la derivada de las funciones:

$$g(x) = (2x+1)^3, \quad h(x) = \frac{x-1}{2^x}$$

4.- Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25 \quad 0 \leq t \leq 25$ (t = años transcurridos

a) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará un máximo nivel de contaminación?
b)**(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?
c) **(1 punto)** Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función C(t) en t = 8. Interpreta el resultado anterior relacionándolo con el crecimiento o decrecimiento.